

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
*Математических методов исследования операций*  
Азарнова Т.В.  
29.05.2023



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1.О.24 Дискретная математика**

**1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**

**10.05.01 Компьютерная безопасность**

**2. Профиль подготовки/специализация: Математические методы защиты информации**

**3. Квалификация выпускника:** специалист

**4. Форма обучения:** очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** Математических методов исследования операций

**6. Составители программы:** Азарнова Татьяна Васильевна, доктор техн. наук, профессор

**7. Рекомендована:** НМС факультета Прикладной математики, информатики и механики, протокол №7 от 26.05.2023

**8. Учебный год:** 2023/2024

**Семестр(-ы):** 1,2

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

Цель изучения дисциплины: изучение и практическое освоение основных разделов дискретной математики – дисциплины, которая является базовой для формирования математической культуры современного специалиста в области моделирования и информационных технологий.

Задачи учебной дисциплины: формирование терминологической базы, а также представления об алгоритмических основах дискретной математики; ознакомление с важнейшими разделами дискретной математики и ее применением для представления информации и решения задач теоретической информатики; ознакомление студентов с методами дискретной математики, которые используются для построения моделей и конструирования алгоритмов некоторых классов практических задач.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Учебная дисциплина относится к обязательной части Блока 1.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-3		<i>ОПК-3.28</i> <i>ОПК-3.29</i> <i>ОПК-3.30</i> <i>ОПК-3.31</i> <i>ОПК-3.32</i> <i>ОПК-3.33</i> <i>ОПК-3.34</i> <i>ОПК-3.35</i> <i>ОПК-3.36</i> <i>ОПК-3.37</i>	ОПК-3.28 - знает свойства основных дискретных структур: линейных рекуррентных последовательностей, графов, конечных автоматов, комбинаторных структур; ОПК-3.29 - знает основные понятия и методы теории графов; ОПК-3.30 - знает основные понятия и методы теории конечных автоматов; ОПК-3.31 - знает основные понятия и методы комбинаторного анализа; ОПК-3.32 - умеет решать задачи периодичности и эквивалентности для линейных рекуррентных последовательностей и конечных автоматов;	<u>Знать:</u> - методы теории множеств, - методы математической логики, - методы алгебры высказываний, - методы теории графов, - методы теории автоматов, - методы теории производящих функций - методы теории алгоритмов. <u>Уметь:</u> -разрабатывать эффективные алгоритмы, базирующиеся на методах дискретной математики, и отлаживать программы с использованием современных компьютерных технологий; <u>Владеть:</u> - навыками моделирования прикладных задач методами дискретной математики.

			<p>ОПК-3.33 - умеет применять аппарат производящих функций и рекуррентных соотношений для решения перечислительных задач</p> <p>ОПК-3.34 - умеет решать оптимизационные задачи на графах;</p> <p>ОПК-3.35 - умеет применять стандартные методы дискретной математики для решения профессиональных задач;</p> <p>ОПК-3.36 - владеет навыками решения типовых комбинаторных и теоретико-графовых задач;</p> <p>ОПК-3.37 - владеет навыками применения языка и средств дискретной математики при решении профессиональных задач.</p>	
--	--	--	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.** (в соответствии с учебным планом) — 8/288.

**Форма промежуточной аттестации**(зачет/экзамен) экзамен 1 семестр, экзамен 2 семестр

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			№ семестра
Контактная работа			
в том числе:	лекции	68	
		34	1
		36	2
	практические	68	
		34	1
		34	2
	лабораторные		
	курсовая работа		

	<i>др. виды(при наличии)</i>		
Самостоятельная работа		80	
		40	1
		40	2
Промежуточная аттестация <i>(для экзамена)</i>		72	
		36	1
		36	2
Итого:		288	288

### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
<b>1. Лекции</b>			
1	Элементы теории конечных множеств	Множества. Способы задания и операции. Бинарные отношения. Свойства бинарных отношений. Отношения порядка и эквивалентности.	
2	Элементы комбинаторики	Комбинаторные конфигурации: перестановки, размещения, сочетания. Методы генерации комбинаторных конфигураций. Биномиальные коэффициенты. Формула включений и исключений. Рекуррентные соотношения.	
3	Элементы теории кодирования.	Основные принципы теории кодирования. Расстояние Хемминга. Основные теоремы теории кодирования. Алгоритмы. Методы оценки качества кодирования.	
4	Элементы теории графов	Граф, подграф. Планарность. Связность и устойчивость. Прикладные задачи на графах.	
5	Элементы логики высказываний	Высказывания. Формулы логики высказываний. Формализованное представление рассуждений в логике высказываний. Проверка рассуждений на логическую правильность. Основные законы логики высказываний. Исчисление высказываний.	
6	Булевы функции	Понятие булевых функций. Основные булевы функции от двух переменных. СДНФ и СКНФ. ДНФ, минимальные ДНФ. Понятие формулы над системой булевых функций. Понятие замыкания системы булевых функций, основные замкнутые классы булевых функций. Полнота системы булевых функций. Теорема Поста.	
7	Логика предикатов	Предикаты. Операции логики предикатов. Кванторы общности и кванторы существования. Формализованное представление рассуждений на языке предикатов. Запись математических утверждений на языке предикатов. Исчисление предикатов.	
8	Элементы теории алгоритмов	Основные подходы к определению алгоритмов. Частично-рекурсивные функции. Машина Тьюринга. Вычисления и алгоритмическая неразрешимость. Сложность алгоритмов.	
<b>2. Практические занятия</b>			
1	Элементы теории	Множества. Способы задания и операции.	

	конечных множеств	Бинарные отношения. Свойства бинарных отношений. Отношения порядка и эквивалентности.	
2	Элементы комбинаторики	Комбинаторные конфигурации: перестановки, размещения, сочетания. Методы генерации комбинаторных конфигураций. Биномиальные коэффициенты. Формула включений и исключений. Рекуррентные соотношения.	
3	Элементы теории кодирования.	Основные принципы теории кодирования. Расстояние Хемминга. Основные теоремы теории кодирования. Алгоритмы. Методы оценки качества кодирования.	
4	Элементы теории графов	Граф, подграф. Планарность. Связность и устойчивость. Прикладные задачи на графах.	
5	Элементы логики высказываний	Формулы логики высказываний. Формализованное представление рассуждений в логике высказываний. Проверка рассуждений на логическую правильность. Основные законы логики высказываний. Исчисление высказываний.	
6	Булевы функции	Понятие булевых функций. Основные булевы функции от двух переменных. СДНФ и СКНФ. ДНФ, минимальные ДНФ. Понятие формулы над системой булевых функций. Понятие замыкания системы булевых функций, основные замкнутые классы булевых функций. Полнота системы булевых функций. Теорема Поста.	
7	Логика предикатов	Предикаты. Операции логики предикатов. Кванторы общности и кванторы существования. Формализованное представление рассуждений на языке предикатов. Запись математических утверждений на языке предикатов. Исчисление предикатов.	
8	Элементы теории алгоритмов	Основные подходы к определению алгоритмов. Частично-рекурсивные функции. Машина Тьюринга. Вычисления и алгоритмическая неразрешимость. Сложность алгоритмов.	

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Элементы теории конечных множеств	10	10		14	34
2	Элементы комбинаторики	10	10		12	32
3	Элементы теории кодирования.	6	6		6	18
4	Элементы теории графов	10	10		10	30
5	Элементы логики высказываний	10	10		12	32
6	Булевы функции	10	10		8	28
7	Логика предикатов	6	6		8	20
8	Элементы теории алгоритмов	6	6		10	22
	<b>Итого</b>	<b>68</b>	<b>68</b>		<b>80</b>	<b>216</b>

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Для лучшего усвоения материала студентам рекомендуется домашняя работа с конспектами лекций, выполнение практических заданий для самостоятельной работы, выполнение практических работ, использование рекомендованной литературы и методических материалов. В рамках общего объема часов, отведенных для изучения дисциплины, предусматривается выполнение следующих видов самостоятельных работ студентов (СРС): изучение теоретического материала, выполнение домашних практических заданий, выполнение самостоятельных и контрольных работ.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей, вовремя подключаться к online занятиям, ответственно подходить к заданиям для самостоятельной работы.

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

##### а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Мальцев, И. А. Дискретная математика : учебное пособие / И. А. Мальцев. — 2-е изд. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 304 с. — ISBN 978-5-8114-1010-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/167838">https://e.lanbook.com/book/167838</a>
2	Носов, В. В. Дискретная математика : учебное пособие / В. В. Носов. — Оренбург : ОГУ, 2019. — 144 с. — ISBN 978-5-7410-2304-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/159904">https://e.lanbook.com/book/159904</a>
3	Троякова, Г. А. Дискретная математика : учебно-методическое пособие / Г. А. Троякова. — Кызыл : ТувГУ, 2018. — 96 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/156189">https://e.lanbook.com/book/156189</a>
4	Петрякова, Е. А. Дискретная математика : учебно-методическое пособие / Е. А. Петрякова, Т. С. Синеговская. — Иркутск : ИРГУПС, 2017. — 92 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/134707">https://e.lanbook.com/book/134707</a>
5	Математика. Основы дискретной математики : учебное пособие / составитель Н. В. Зорькина. — Ульяновск : УИ ГА, 2019. — 81 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/162500">https://e.lanbook.com/book/162500</a>
6	Гашков, С. Б. Дискретная математика. Учебник для вузов : учебник для вузов / С. Б. Гашков. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 456 с. — ISBN 978-5-8114-8691-5. — Текст : электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/193306">https://e.lanbook.com/book/193306</a>
7	Орлов, Г. С. Дискретная математика : учебное пособие / Г. С. Орлов. — Рязань : РГРТУ, 2012. — 56 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/168062">https://e.lanbook.com/book/168062</a>
8	Ерусалимский, Я. М. Дискретная математика. Теория и практикум : учебник / Я. М. Ерусалимский. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 476 с. — ISBN 978-5-8114-2908-0. — Текст : электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/169172">https://e.lanbook.com/book/169172</a>

##### б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Кувайскова, Ю. Е. Алгоритмы дискретной математики : учебное пособие / Ю. Е. Кувайскова. — Ульяновск : УлГТУ, 2017. — 99 с. — ISBN 978-5-9795-1635-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/165014">https://e.lanbook.com/book/165014</a>
2	Пинус, А. Г. Дискретные функции. Дополнительные главы дискретной математики : учебное пособие / А. Г. Пинус. — Новосибирск : НГТУ, 2016. — 92 с. — ISBN 978-5-7782-2838-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/118305">https://e.lanbook.com/book/118305</a>
3	Бабичева, И. В. Дискретная математика. Контролирующие материалы к тестированию : учебное пособие / И. В. Бабичева. — 2-е изд. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 160 с. — ISBN 978-5-8114-1456-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная

	система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/168563">https://e.lanbook.com/book/168563</a>
4	Бучацкая, В. В. Введение в дискретную математику : методические указания / В. В. Бучацкая. — Майкоп : АГУ, 2013. — 132 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/146122">https://e.lanbook.com/book/146122</a>

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)**

№ п/п	Источник
1	Бучацкая, В. В. Введение в дискретную математику : методические указания / В. В. Бучацкая. — Майкоп : АГУ, 2013. — 132 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/146122">https://e.lanbook.com/book/146122</a>
2	Кожухов, С. Ф. Сборник задач по дискретной математике : учебное пособие / С. Ф. Кожухов, П. И. Совертков. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 324 с. — ISBN 978-5-8114-2588-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/102606">https://e.lanbook.com/book/102606</a>
3	Ерусалимский, Я. М. Дискретная математика. Теория и практикум : учебник / Я. М. Ерусалимский. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 476 с. — ISBN 978-5-8114-2908-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/106869">https://e.lanbook.com/book/106869</a>
4	Дискретная математика с элементами математической логики : учебно-методическое пособие / составитель Е. В. Герлинггер. — Сочи : СГУ, 2020. — 24 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/17219">https://e.lanbook.com/book/17219</a>
5	Гутова, С. Г. Основы дискретной математики. : учебное пособие / С. Г. Гутова. — Кемерово : КемГУ, 2019 — Часть 2 — 2019. — 85 с. — ISBN 978-5-8353-2542-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/156123">https://e.lanbook.com/book/156123</a>
6	Гутова, С. Г. Основы дискретной математики. Ч. 1 : учебно-методическое пособие / С. Г. Гутова. — Кемерово : КемГУ, 2018. — 87 с. — ISBN 978-5-8353-2378-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/125463">https://e.lanbook.com/book/125463</a>
7	Микони, С. В. Дискретная математика для бакалавра: множества, отношения, функции, графы : учебное пособие / С. В. Микони. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 192 с. — ISBN 978-5-8114-1386-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/168465">https://e.lanbook.com/book/168465</a>

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
1.	ЭБС Лань
2.	ЭБС ЮРАЙТ
3.	<a href="http://edu.vsu.ru">edu.vsu.ru</a>

\* Вначале указываются ЭБС, с которыми имеются договора у ВГУ, затем открытые электронно-образовательные ресурсы

**17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):**

При реализации дисциплины могут использоваться технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии на базе портала [edu.vsu.ru](http://edu.vsu.ru), а также другие доступные ресурсы сети

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Лекции: лекционная аудитория, учебная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения).

Практические и лабораторные занятия: специализированная аудитория, оснащенная учебной мебелью и персональными компьютерами для индивидуальной работы с возможностью подключения к сети «Интернет» (компьютерные классы, студии), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения).

Самостоятельная работа: учебная мебель, компьютерный класс, компьютер с возможностью подключения к сети «Интернет» и платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle).

Программное обеспечение:

- ОС Windows 8 (10),
- интернет-браузер (Mozilla Firefox);
- ПО Adobe Reader;
- пакет стандартных офисных приложений для работы с документами, таблицами (МойОфис, LibreOffice);
- специализированное ПО, допускается демоверсия или виртуальный аналог ПО.

## **19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций**

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Элементы теории конечных множеств	ОПК-3	ОПК-3.37 ОПК-3.35	Контрольная работа 1.
2	Элементы комбинаторики	ОПК-3	ОПК-3.36 ОПК-3.37 ОПК-3.32 ОПК-3.31 ОПК-3.33 ОПК-3.35	Контрольная работа 2. Контрольная работа 3
3	Элементы теории кодирования.	ОПК-3	ОПК-3.37 ОПК-3.35	Контрольная работа 4.
4	Элементы теории графов	ОПК-3	ОПК-3.29 ОПК-3.36 ОПК-3.37 ОПК-3.34 ОПК-3.35	Контрольная работа 5.
5	Элементы логики высказываний	ОПК-3	ОПК-3.37 ОПК-3.35	Контрольная работа 6.



№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
6	Булевы функции	ОПК-3	ОПК-3.37 ОПК-3.35	Контрольная работа 6.
7	Логика предикатов	ОПК-3	ОПК-3.37 ОПК-3.35	Контрольная работа 6.
8	Элементы теории алгоритмов	ОПК-3	ОПК-3.37 ОПК-3.28 ОПК-3.35 ОПК-3.30	Контрольная работа 7.
Промежуточная аттестация форма контроля - экзамен				<i>Письменный тест.</i>

## 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

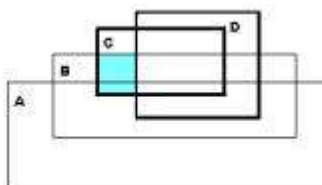
Контрольные работы, самостоятельные работы

#### Контрольные работы

### Контрольно-измерительный материал № 1

#### Вариант 1

- Доказать:  $A \cap B = \emptyset \rightarrow A \subseteq \bar{B}$ .
- Найдите множество  $X$ , удовлетворяющее следующему условию:  $A \setminus (A \setminus X) = \emptyset$ .
- Решить уравнение  $\overline{X \cap A} = (X \setminus B) \cup A$
- Выразить через множества  $A, B, C, D$  множество  $E$ , которому соответствует заштрихованная область.

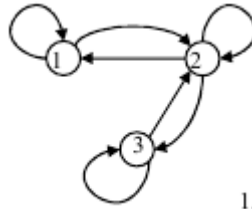


5. Найти  $\varphi \circ \varphi$ , если  $\varphi = \{(x, y) \mid 2x \leq 3y, x, y \in R\}$ .

6. Проверить справедливость равенства для множеств  $A = \{1,2\}, B = \{2,3\}, C = \{1,3\}$ .

$$A \times C = (A \times (C \setminus B)) \cup (A \times (C \cap B))$$

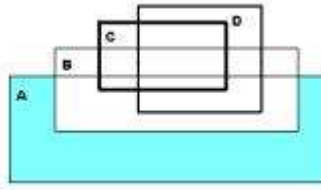
7. Какими свойствами обладает данное отношение



1.

**Вариант 2.**

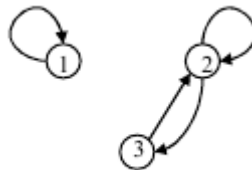
- Доказать:  $A \subseteq \bar{B} \cup C \rightarrow A \cap B \subseteq C$ .
- Приведите пример множеств  $A, B, C$  таких, чтобы выполнялись условия  $A \in B, A \notin C, C \subseteq B$ .
- Решить уравнение  $(A \cup X) \setminus B = X \setminus B$
- Выразить через множества  $A, B, C, D$  множество  $E$ , которому соответствует заштрихованная область.



- Доказать:  $\varphi_1 \subseteq \varphi_2 \rightarrow \varphi_1^{-1} \subseteq \varphi_2^{-1}$
- Проверить справедливость равенства для множеств  $A = \{1,2\}, B = \{2,3\}, C = \{1,3\}$ .

$$A \times C = (A \times (C \cap B)) \cup (A \times C)$$

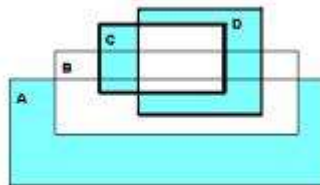
- Какими свойствами обладает данное отношение



2.

**Вариант 3.**

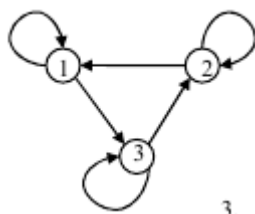
- Доказать:  $A \subseteq B \cup C \rightarrow A \cap \bar{B} \subseteq C$ .
- Упростить:  $A \setminus ((A \cup B) \setminus B)$ .
- Решить уравнение  $(A \setminus X) \cup B = B \otimes X$
- Выразить через множества  $A, B, C, D$  множество  $E$ , которому соответствует заштрихованная область.



- Для бинарного отношения  $\rho = \left\{ (x, y) \in Z \times Z \mid \frac{3}{x-y} \right\}$  найти  $\rho^{-1}, \rho \circ \rho$ .
- Проверить справедливость равенства для множеств  $A = \{1,2\}, B = \{2,3\}, C = \{1,3\}$ .

$$A \times (B \Delta C) = (A \times (B \cup C)) \setminus (A \times (C \cap B))$$

- Какими свойствами обладает данное отношение



3.

**Вариант 4.**

1. Пусть  $A$  - множество всех прямых на плоскости. Являются ли следующие отношения отношениями эквивалентности:

- параллельность прямых;
- перпендикулярность прямых?

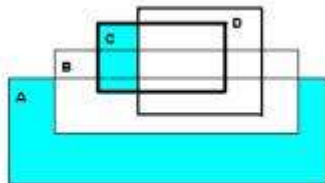
2. Докажите, что для любых множеств  $A$  и  $B$  имеет место включение  $A \cap B \subseteq A \cup B$ .

3. Найдите множество  $X$ , удовлетворяющее следующим условиям:

$$A \setminus (A \setminus X) = \emptyset \text{ и } \overline{A} \cap \overline{X} = \emptyset$$

4. Решить уравнение  $(X \setminus A) \cup B = \overline{A \cap X}$ .

5. Выразить через множества  $A, B, C, D$  множество  $E$ , которому соответствует заштрихованная область.

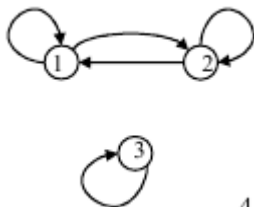


6. Проверить справедливость равенства для множеств

$$A = \{1,2\}, B = \{2,3\}, C = \{1,3\}.$$

$$A \times C = (A \times (C \setminus B)) \cup (A \times B)$$

7. Какими свойствами обладает данное отношение



4.

**Вариант 5.**

1. Пусть  $A = \{*, \otimes\}$ . Перечислите все элементы множества  $A^3, A^4$ .

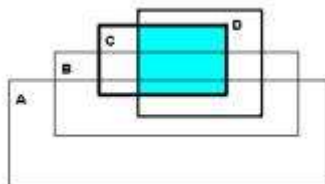
2. Упростить:  $(A \cup B \cup C) \cap (A \cup B) \setminus (A \cup (B \setminus C)) \cap A$ .

3. Решить уравнение  $(X \otimes A) \setminus B = B \cap X$

4. Нарисовать граф следующего бинарного соотношения:  $xry \Leftrightarrow \frac{x}{y}$  на множестве  $A = \{1,2,3,\dots,15\}$ .

Перечислить свойства данного бинарного соотношения.

5. Выразить через множества  $A, B, C, D$  множество  $E$ , которому соответствует заштрихованная область.

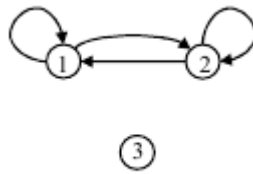


6. Проверить справедливость равенства для множеств

$$A = \{1,2\}, B = \{2,3\}, C = \{1,3\}.$$

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times (C \setminus B))$$

7. Какими свойствами обладает данное отношение



3

5.

**Вариант 6.**

- Доказать включение :  $A \setminus C \subset (A \setminus B) \cup (B \setminus C)$ .
- Пусть  $U$  - множество точек плоскости, на которой задана декартова система координат:

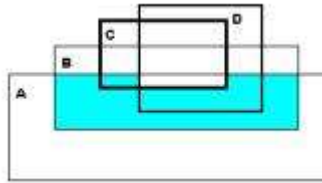
$$A = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1\}, \quad B = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq 1\}$$

Изобразить множества  $A \cup B, A \setminus B, B \setminus A$ .

- Решить уравнение  $(A \cap X) \otimes B = B \setminus X$

- Доказать :  $(\varphi_1 \cap \varphi_2)^{-1} = \varphi_1^{-1} \cap \varphi_2^{-1}$ .

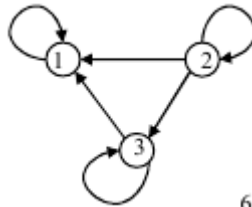
- Выразить через множества  $A, B, C, D$  множество  $E$ , которому соответствует заштрихованная область.



- Проверить справедливость равенства для множеств  $A = \{1,2\}, B = \{2,3\}, C = \{1,3\}$ .

$$A \times (C \setminus B) = (A \times C) \Delta (A \times (C \cap B))$$

- Какими свойствами обладает данное отношение



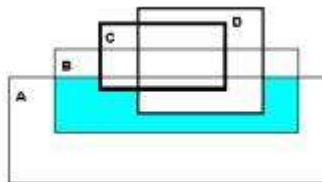
6.

**Вариант 7.**

- Найдите множество всех  $a \in R$ , таких, чтобы пересечение множеств  $A = \{x \in R \mid x^2 - 3ax + 6 = 0\}$ ,  $B = \{x \in R \mid ax - 5 = 0\}$  было непусто.

- Доказать :  $A \Delta \emptyset = A$ .
- Решить уравнение  $A \cap \overline{X \cap B} = (X \setminus A) \cap B$ .

- Выразить через множества  $A, B, C, D$  множество  $E$ , которому соответствует заштрихованная область.

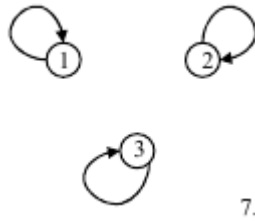


- Перечислить все элементы бинарного отношения  $\rho$  и нарисовать его граф:  $x \rho y \Leftrightarrow x < y$  на множестве  $A = \{1,2,3,4\}$ . Какими свойствами данное отношение обладает?

- Проверить справедливость равенства для множеств  $A = \{1,2\}, B = \{2,3\}, C = \{1,3\}$ .

$$A \times C = (A \times (C \cup B)) \cap (A \times C)$$

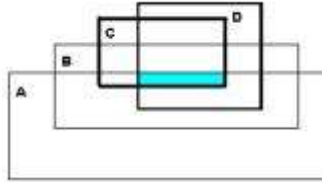
- Какими свойствами обладает данное отношение



7.

**Вариант 8.**

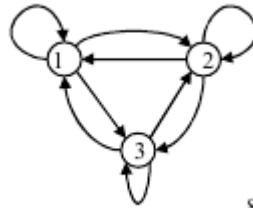
1. Пусть  $\rho$  и  $\sigma$  - отношения эквивалентности на множества  $A$ . Доказать, что  $\rho \cap \sigma$  тоже является отношением эквивалентности на  $A$ .
2. Привести пример множеств  $A, B, C$  таких, чтобы выполнялись условия:  $A \subseteq B, B \in C, A \notin C$ .
3. Доказать:  $A \subseteq B \rightarrow A \setminus C \subseteq B \setminus C$ .
4. Решить уравнение  $\overline{A \cup X} = \overline{B \cap X}$ .
5. Выразить через множества  $A, B, C, D$  множество  $E$ , которому соответствует заштрихованная область.



6. Проверить справедливость равенства для множеств  $A = \{1,2\}, B = \{2,3\}, C = \{1,3\}$ .

$$A \times (C \cap (B \Delta C)) = (A \times C) \Delta (A \times (C \cap B))$$

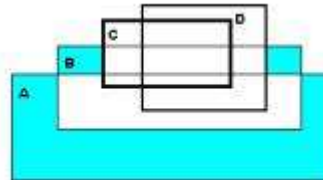
7. Какими свойствами обладает данное отношение



8.

**Вариант 9.**

1. Найдите множество  $X$ , удовлетворяющее следующим условиям:  $A \cap X = \emptyset, A \cup X = U$ .
2. Верно ли, что:  $A \cap B = A \cap C \Rightarrow B = C$ .
3. Решить уравнение  $X \setminus A = B \cup (X \setminus A)$ .
4. Выразить через множества  $A, B, C, D$  множество  $E$ , которому соответствует заштрихованная область.

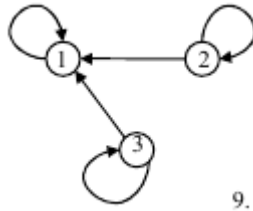


5.

5. Пусть  $\rho_1 = \{(x, y) \in R \times R \mid x = y^2\}, \rho_2 = \{(x, y) \in R \times R \mid x + y = 0\}$  Найти  $\rho_1 \circ \rho_2$ .
6. Проверить справедливость равенства для множеств  $A = \{1,2\}, B = \{2,3\}, C = \{1,3\}$ .

$$A \times (C \setminus B) = (A \times C) \setminus (A \times (C \cap B))$$

7. Какими свойствами обладает данное отношение



9.

**Вариант 10.**

1. Выяснить, какими свойствами обладают следующие бинарные отношения:

$$xry \Leftrightarrow y = |x|$$

$$xry \Leftrightarrow xy > 1$$

Отношения определены на множестве  $R$ .

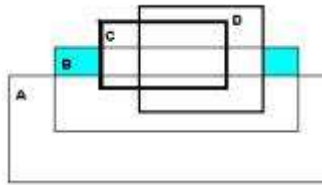
2. Верно ли, что

$$\left. \begin{aligned} A \cup B &= A \cup C \\ A \cap B &= A \cap C \end{aligned} \right\} \Rightarrow B = C.$$

3. Упростить:  $(\bar{A} \setminus B) \cup (A \cap \bar{B})$ .

4. Решить уравнение  $(A \cup X) \setminus B = B \setminus X \cap A$ .

5. Выразить через множества  $A, B, C, D$  множество  $E$ , которому соответствует заштрихованная область.



6. Проверить справедливость равенства для множеств  $A = \{1,2\}, B = \{2,3\}, C = \{1,3\}$ .

$$A \times (B \cup C) = (A \times (B \Delta C)) \cup (A \times (B \cap C))$$

7. Какими свойствами обладает данное отношение

$R$	$a$	$b$	$c$	$d$
$a$	1	1	1	1
$b$	0	0	1	1
$c$	0	1	1	1
$d$	0	1	0	0

**Вариант 11.**

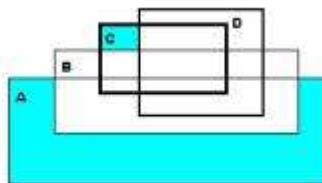
1. Пусть  $B \cap C = \emptyset$  и  $A \cap C \neq \emptyset$ . Доказать, что  $A \setminus B \neq \emptyset$

2. Для трех множеств  $A, B, C$  проверить истинность утверждения: если  $A \neq B$  и  $B \neq C$ , то  $A \neq C$ .

3. Решить уравнение  $X \cap A = B \cap (X \cup A)$ .

4. Пусть  $\varphi$  и  $\psi$  - антисимметричные бинарные соотношения, определенные на некотором множестве. Доказать, что  $(\varphi \cap \psi^{-1})$  - антисимметричное соотношение.

5. Выразить через множества  $A, B, C, D$  множество  $E$ , которому соответствует заштрихованная область.



6. Проверить справедливость равенства для множеств  $A = \{1,2\}, B = \{2,3\}, C = \{1,3\}$ .

$$A \times C = (A \times (C \cup B)) \setminus (A \times (B \setminus C))$$

7. Какими свойствами обладает данное отношение

$R_1$	a	b	c	d
a	0	1	0	0
b	1	0	1	0
c	0	1	1	0
d	1	0	0	0

**Вариант 12.**

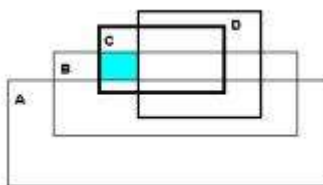
1. Доказать, что  $A \subseteq B \Rightarrow A \cup C \subseteq B \cup C$ .

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} A \setminus X = B \\ A \cup X = C \end{cases}, \text{ где } A, B, C \text{- заданные множества и } B \subseteq A \subseteq C.$$

3. Решить уравнение  $(A \otimes X) \cap X = X \setminus B$ .

4. Выразить через множества A, B, C, D множество E, которому соответствует заштрихованная область.



5. Даны отношения:

$$\varphi = \{(x, y) \mid x, y \in Z, x \geq y\} \text{ и } \psi = \{(x, y) \mid x, y \in Z, x > y\}.$$

Показать, что  $\varphi \circ \psi = \psi \circ \varphi$ .

6. Проверить справедливость равенства для множеств

$$A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, C = \{1, 3\}.$$

$$A \times (B \cap C) = (A \times C) \setminus (A \times (C \setminus B))$$

7. Какими свойствами обладает данное отношение

$R_2$	a	b	c	d
a	0	1	0	0
b	1	0	0	1
c	0	0	0	0
d	0	1	0	0

**Вариант 13.**

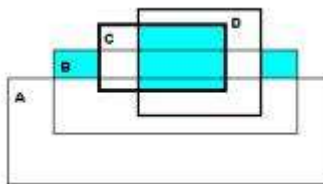
1. Доказать:  $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C) \Rightarrow A \subseteq C$

2. Упростить с помощью основных свойств:

$$\overline{((\overline{X \setminus Y}) \cap (\overline{X \cup Y}))}$$

3. Решить уравнение  $A \cap X \cup \overline{A} = (X \setminus B) \cap B$ .

4. Выразить через множества A, B, C, D множество E, которому соответствует заштрихованная область.



5. Доказать:  $(\varphi_1 \circ \varphi_2)^{-1} = \varphi_2^{-1} \circ \varphi_1^{-1}$

6. Проверить справедливость равенства для множеств

$$A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, C = \{1, 3\}.$$

$$A \times (B \cap C) = (A \times (B \cup C)) \setminus (A \times (B \Delta C))$$

7. Какими свойствами обладает данное отношение

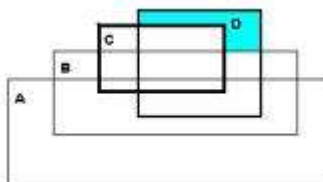
$R$	1	2	3	4
1	0	1	0	0
2	0	0	0	1
3	1	1	0	0
4	0	1	0	0

**Вариант 14.**

- Доказать:  $(A \setminus B) \cup (B \setminus C) \cup (C \setminus A) \cup (A \cap B \cap C) = A \cup B \cup C$ .
- Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} A \cup X = B \cap X \\ A \cap X = C \cup X \end{cases}$$

- Решить уравнение  $(A \cup X) \setminus B = \bar{A} \cup B \cap X$ .
- Выразить через множества  $A, B, C, D$  множество  $E$ , которому соответствует заштрихованная область.



5. Найти  $f \circ f^{-1}$ , если  $f = \{(x, y) \in R \times R \mid x + y \leq 0\}$ .

6. Проверить справедливость равенства для множеств  $A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, C = \{1, 3\}$ .

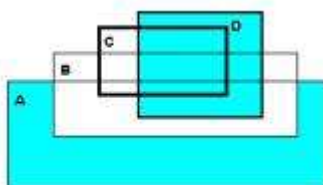
$$A \times (C \setminus B) = (A \times (B \cup C)) \setminus (A \times B)$$

7. Какими свойствами обладает данное отношение

$R$	1	2	3	4	5
1	1	0	0	1	0
2	0	1	0	0	1
3	0	0	1	0	0
4	1	0	0	1	0
5	0	1	1	0	1

**Вариант 15.**

- Упростить:  $(A \setminus B) \cup (A \cap B)$ .
- Доказать:  $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$ .
- Решить уравнение  $A \otimes (X \cup B) = X \cap B$ .
- Выразить через множества  $A, B, C, D$  множество  $E$ , которому соответствует заштрихованная область.



- Каким свойством обладает отношение подобия на множестве треугольников?
- Проверить справедливость равенства для множеств  $A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, C = \{1, 3\}$ .

$$B \times A = (B \times (A \setminus C)) \cup (B \times (A \cap C))$$

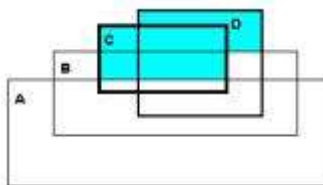
7. Какими свойствами обладает данное отношение



$R$	1	2	3	4
1	1	0	1	0
2	0	1	0	1
3	0	0	1	0
4	0	1	0	1

**Вариант 16.**

- Доказать, что если  $A \cup B = U$ , то  $\bar{A} \subseteq B$ .
- Привести пример множеств  $A, B, C, D$ , таких, что  $A \in B, A \in D, A \notin C, C \subseteq D$ .
- Решить уравнение  $B \cap X = (A \setminus X) \cap X$ .
- Выразить через множества  $A, B, C, D$  множество  $E$ , которому соответствует заштрихованная область.



- На множестве  $A = \{1, 2, \dots, 10\}$  построить граф бинарного отношения  $xry \Leftrightarrow \text{НОД}(x, y) \neq 1$ . Перечислить свойства данного отношения.
- Проверить справедливость равенства для множеств  $A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, C = \{1, 3\}$ .

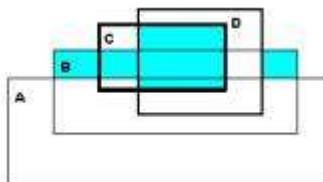
$$B \times A = (B \times (A \cap C)) \cup (B \times A)$$

- Какими свойствами обладает данное отношение

$R$	a	b	c	d
a	0	1	0	0
b	0	1	0	1
c	1	1	0	0
d	0	1	0	1

**Вариант 17.**

- Доказать, что  $(A \Delta B) \Delta C = A \Delta (B \Delta C)$ .
- Решить уравнение  $A \cap X \otimes B = X \setminus A$ .
- Определим упорядоченную пару  $(a, b)$  как множество  $\{\{a\}, \{a, b\}\}$ . Докажите, что  $(a, b) = (c, d)$  тогда и только тогда, когда  $a = c$  и  $b = d$ .
- Выразить через множества  $A, B, C, D$  множество  $E$ , которому соответствует заштрихованная область.



- Выяснить, какими свойствами обладают следующие бинарные отношения, определенные на множестве  $Z^+$ :  
 $xry \Leftrightarrow x \neq y$   
 $xry \Leftrightarrow y = x + 6$

- Проверить справедливость равенства для множеств  $A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, C = \{1, 3\}$ .

$$B \times A = (B \times A) \cup (B \times (A \setminus C))$$

- Какими свойствами обладает данное отношение

$R_2$	a	b	c	d
a	1	0	1	0
b	0	1	0	1
c	0	0	1	0
d	0	1	0	1

**Вариант 18.**

1. Доказать, что включение  $A \subseteq B$  равносильно каждому из соотношений

$$A \cup B = B$$

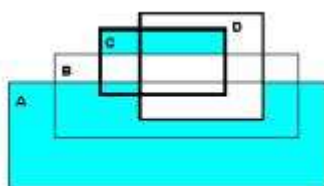
$$A \cap B = A$$

$$\bar{A} \supseteq \bar{B}$$

2. Верно ли утверждение: если  $A = B, C \supset A, C \supset B$ , то  $C \setminus A = C \setminus B$ .

3. Решить уравнение  $(X \cup B) \setminus A = X \cup A$ .

4. Выразить через множества A, B, C, D множество E, которому соответствует заштрихованная область.



5. Пусть  $f_1 = \{(x, y) \in R \times R \mid x = y^2\}$ ,  $f_2 = \{(x, y) \in R \times R \mid x \cdot y > 0\}$ .

Найти  $f_1 \circ f_2$ .

6. Проверить справедливость равенства для множеств

$$A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, C = \{1, 3\}.$$

$$B \times (A \cup C) = (B \times (A \setminus C)) \cup (B \times C)$$

7. Какими свойствами обладает данное отношение

$R_1$	a	b	c	d
a	1	0	1	1
b	0	0	1	0
c	0	0	1	1
d	1	0	1	0

**Вариант 19.**

1. Доказать, что если  $\varphi$  и  $\psi$  есть отношение эквивалентности, то  $\varphi \cap \psi, \varphi^{-1}$  также есть отношения эквивалентности.

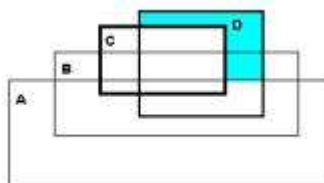
2. Найти геометрическую интерпретацию множеств

$$A \times B, B^2, A^3, \text{ где } A = \{x \mid x \in R, 0 < x < 2\}, B = \{x \mid x \in R, 1 < x < 4\}.$$

3. Решить уравнение  $A \cap X \cup B = A \setminus X$ .

4. Верно ли утверждение: если  $A = C, B = D$ , причем  $A \supset B, C \supset D$ , то  $A \setminus B = C \setminus D$ .

5. Выразить через множества A, B, C, D множество E, которому соответствует заштрихованная область.



6. Проверить справедливость равенства для множеств

$$A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, C = \{1, 3\}.$$

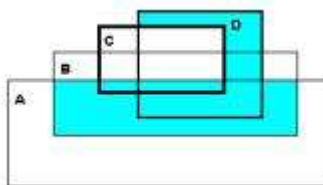
$$B \times A = (B \times A) \cap (B \times (A \cup C))$$

7. Какими свойствами обладает данное отношение

$R_2$	a	b	c	d
a	0	1	0	1
b	1	0	1	0
c	1	1	0	1
d	1	0	1	0

**Вариант 20.**

1. Бинарное отношение определено на множестве  $Z$ :  $x\rho y \Leftrightarrow 2x = 3y$ . Найти  $\rho^{-1}, \rho \circ \rho^{-1}$ .
2. Доказать, что  $A \cup B = (A \Delta B) \cup (A \cap B)$ .
3. Решить уравнение  $X \cup A = (B \setminus X) \otimes A$ .
4. Привести пример последовательности непустых множеств  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , такой, что  $X_1 \supset X_2 \supset \dots \supset X_n$  и  $\bigcap_{i=1}^n X_i = \emptyset$ .
5. Выразить через множества A, B, C, D множество E, которому соответствует заштрихованная область.



6. Проверить справедливость равенства для множеств  $A = \{1,2\}, B = \{2,3\}, C = \{1,3\}$ .

$$B \times (A \setminus C) = (B \times A) \setminus (B \times (A \cap C))$$

7. Какими свойствами обладает данное отношение

$R$	a	b	c
a	1	0	1
b	0	1	0
c	1	0	1

Контрольно-измерительный материал № 2

**Вариант 1.**

8. Решить уравнение:

$$A_x^2 \cdot C_x^{x-1} = 48$$

9. Пассажир оставил вещи в автоматической камере хранения, а когда пришел получать вещи, выяснилось, что он забыл номер. Он только помнит, что в номере были числа 23 и 37. Чтобы открыть эту камеру, нужно правильно набрать пятизначный номер. Какое наибольшее количество номеров нужно набрать, чтобы открыть камеру?
10. Сколько различных звукосочетаний можно взять из десяти выбранных клавиш рояля, если каждое звукосочетание может содержать от трех до десяти звуков?
11. В вазе стоят 10 красных и 5 розовых гвоздик. Сколькими способами можно выбрать из вазы 5 гвоздик одного цвета?
12. Сколько четырехзначных чисел, делящихся на 5, можно составить из цифр 0, 1, 3, 5, 7, если каждое число не должно содержать одинаковых цифр.
13. Найти общее решение РС и частное решение, удовлетворяющее заданным начальным условиям:

$$\varphi(n+2) = 4\varphi(n+1) + 5\varphi(n)$$

$$\varphi(1) = 1$$

$$\varphi(2) = 5$$

### Вариант 2.

8. Решить уравнение:

$$C_x^1 + 6C_x^2 + 6C_x^3 = 9x^2 - 14x$$

9. Сколькими способами 4 черных шара, 4 белых шара и 4 синих шара могут быть разложены в 6 различных пакетов (некоторые пакеты могут быть пустыми).
10. На книжной полке помещается 30 томов. Сколькими способами их можно расставить, чтобы при этом первый и второй тома не стояли рядом.
11. Четыре стрелка должны поразить восемь мишеней, каждый по две. Сколькими способами они могут распределить мишени между собой.
12. Шесть ящиков различных материалов доставляются на пять этажей стойки. Сколькими способами можно распределить материалы по этажам? Во скольких вариантах на пятый этаж будет доставлен какой-либо один материал?
13. Найти общее решение РС и частное решение, удовлетворяющее заданным начальным условиям:

$$f(n+2) = 8f(n+1)$$

$$f(1) = 4$$

### Вариант 3.

8. Решить уравнение:

$$C_{x+1}^{x-2} + 2C_{x-1}^3 = 7(x-1)$$

9. Сколькими способами можно переставлять буквы слова «параллелизм» так, чтобы не менялся порядок гласных букв.
10. Сколькими способами можно накрыть стол на четырех человек, если имеется 6 разных тарелок, 8 разных вилок и 7 разных ножей?
11. Сколькими способами можно выбрать 6 одинаковых пирожных в кондитерской, где есть 11 сортов пирожных? А разных пирожных?
12. Десять групп занимаются в десяти расположенных подряд аудиториях. Сколько существует вариантов расписания, при которых группы 1 и 2 находились бы в соседних аудиториях.
13. Привести пример ЛРС 2-го порядка, среди решений которого имеется следующая функция:

$$\varphi(n) = n - 17.$$

### Вариант 4.

1. Решить уравнение:

$$\frac{A_x^4}{A_{x+1}^3 - C_x^{x-4}} = \frac{24}{23}$$

2. Имеются 3 волчка с 6, 8, и 10 гранями соответственно. Сколькими различными способами они могут упасть? А если известно, что по крайней мере 2 волчка упали на сторону, помеченную цифрой 1?
3. Сколькими способами можно выбрать 12 человек из 17, если данные двое из этих 17 человек не могут быть выбраны вместе?
4. Сколько чисел, меньших, чем миллион, можно записать с помощью цифр 8 и 9?
5. Поступающий в высшее учебное заведение должен сдать четыре экзамена. Он полагает, что для поступления будет достаточно набрать 17 баллов. Сколькими способами он сможет сдать экзамены, набрав не менее 17 баллов и не получив ни одной двойки.
6. Найти общее решение ЛРС и частное решение, удовлетворяющее следующим условиям:

$$\varphi(n+2) = 2\varphi(n+1) - \varphi(n)$$

$$\varphi(1) = 1$$

$$\varphi(2) = 2$$

### Вариант 5.

1. Решить уравнение:

$$A_x^3 + C_x^{x-2} = 14x$$

2. Надо послать 6 срочных писем. Сколькими способами это можно сделать, если для передачи писем можно послать 3-х курьеров и каждое письмо можно дать любому из курьеров?
3. Сколькими способами можно переставить буквы слова «самовар» так, чтобы гласные и согласные буквы чередовались.
4. Сколькими способами можно переставлять буквы слова «фацетия» так, чтобы не менялся порядок гласных букв.
5. Сколько есть пятизначных чисел, которые одинаково читаются справа налево (например, 67876)?
6. Привести пример ЛРС 2-го порядка, среди решений которого имеется следующая функция:

$$\varphi(n) = 5 \cdot 3^n - 1.$$

### **Вариант 6.**

1. Решить уравнение:

$$A_x^3 - 2C_x^4 = 3A_x^2$$

2. Сколькими способами можно переставлять цифры числа 12736 так, чтобы порядок нечетных цифр не менялся?
3. Два почтальона должны разнести 10 писем по 10 адресам. Сколькими способами они могут распределить работу.
4. Собрание из 80 человек избирает председателя, секретаря и трех членов ревизионной комиссии. Сколькими способами это можно сделать.
5. Садовник должен в течении трех дней посадить 10 деревьев. Сколькими способами он может распределить работу по дням, если будет сажать не менее одного дерева в день?
6. Показать, что функция  $\Phi(n, C_1, C_2) = C_1 + C_2 \cdot 2^n$  является общим решением ЛРС  $f(n+2) = 3f(n+1) - 2f(n)$ .

### **Вариант 7.**

1. Решить уравнение:

$$\frac{A_x^5}{C_x^{x-5}} = 336$$

2. Сколькими способами можно расположить в 9 лузах 7 белых шаров и 2 черных шара? Часть луз может быть пустой и лузы считаются различными.
3. В футбольной команде «Спартак» 30 игроков, среди них 18 нападающих, 11 полузащитников, 17 защитников и вратари. Известно, что трое могут быть нападающими и защитниками, 10 защитниками и полузащитниками, 6 нападающими и полузащитниками, а 1 и нападающим, и защитником, и полузащитником. Вратари не заменимы. Сколько в команде вратарей?
4. Сколькими способами можно разбить 30 рабочих на 3 бригады по 10 человек в каждой бригаде? На 10 групп, по 3 человека в каждой группе?
5. В поезде метро на начальной остановке вышли 100 пассажиров. Сколькими способами могут выйти все пассажиры на последующих 16 остановках поезда?
6. Привести пример ЛРС 2-го порядка, среди решений которого имеется следующая функция

$$f(n) = 2n.$$

### **Вариант 8.**

1. Решить уравнение:

$$A_x^{x-3} = xP_{x-2}$$

2. Из лаборатории, в которой работает 20 человек, 5 сотрудников должны уехать в командировку. Сколько может быть различных составов этой группы, если начальник лаборатории, его заместитель и главный инженер одновременно уезжать не должны.
3. У отца есть 5 попарно различных апельсинов, которые он выдает своим 8 сыновьям так, что каждый получает либо 1 апельсин, либо ничего. Сколькими способами это можно сделать?
4. Сколькими способами можно выбрать из натуральных чисел от 1 до 15 два числа так, чтобы их сумма была нечетной?
5. На плоскости взяты 9 точек, расположенных в виде квадрата 3×3. Сколько существует треугольников, у которых одна вершина находится в фиксированной точке А, а две другие - в остальных 8 точках?

6. Привести пример ЛРС 2-го порядка, среди решений которого есть функция:

$$\varphi(n) = 5^n - 12$$

### Вариант 9

1. Решить уравнение:

$$A_{x+1}^{x-1} + 2P_{x-1} = \frac{30}{7} P_x$$

- Сколькими способами можно расположить в 9 лузах 7 белых шаров, 1 черный шар и 1 красный шар?
- Сколькими способами из 28 костей домино можно выбрать кость, на которой есть 1 или 2?
- На склад завезли 17 серверов с различными дефектами, которые стоят в 2 раза дешевле нормальных серверов. Директор купил в школу 14 таких серверов, а сэкономленные деньги своровал и купил дочке шубу из меха соболя за 200 000 рублей. Сколькими способами директор может выбрать бракованные серверы?
- В ларьке продаются 15 роз и 18 тюльпанов. Ученик 9-го класса хочет купить 3 цветка для своей одноклассницы, причем все цветы должны быть одинаковыми. Сколькими способами он может составить такой букет?
- Привести пример ЛРС 2-го порядка, среди решений которого есть функция:

$$f(n) = 3 \cdot 2^n - 2 \cdot 3^n$$

### Вариант 10.

1. Решить уравнение:

$$\frac{P_{x+2}}{A_{x-1}^{x-4} \cdot P_3} = 210$$

- Сколькими способами можно раздать 16 различных предметов 5 студентам так, чтобы трое из них получили по 4 предмета, а двое по 2 предмета.
- У Васи дома живут 4 кота.
  - сколькими способами можно рассадить котов по углам комнаты?
  - сколькими способами можно отпустить гулять котов?
  - сколькими способами Вася может взять на руки 2-х котов (одного на левую, другого – на правую)?
- В понедельник в пятом классе 5 уроков: музыка, математика, русский язык, литература и история. Сколько различных способов составления расписания на понедельник существует?
- В студенческой группе 25 человек. Во время летних каникул 9 из них выезжали в турпоездки за границу, 12 – путешествовали по России, 15 – отдыхали в Сочи, 6 – путешествовали за границей и по России, 7 – были и за границей, и в Сочи, 8 – и путешествовали по России и были в Сочи и 3 – участвовали во всех трех поездках. Сколько студентов никуда не выезжало?
- Найти общее решение ЛРС и его частное решение, удовлетворяющее заданным начальным условиям:

$$f(n+2) = 4f(n+1) - 3f(n)$$

$$f(1) = 0$$

$$f(2) = 1$$

## Контрольно-измерительный материал № 3

### Вариант 1

- Сгенерировать все перестановки множества **{1, 4, 9, 10}**
- Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 6 из множества **{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}**
- Сгенерировать все разбиения множества **{1, 4, 9, 10, 11}** на подмножества.

### Вариант 2

- Сгенерировать все перестановки множества **{2, 7, 10, 12}**

2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 7 из множества **{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}**
3. Сгенерировать все разбиения множества **{2, 7, 10, 12, 14}** на подмножества.

Вариант 3

1. Сгенерировать все перестановки множества **{a, b, s, d}**
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 4 из множества **{1, 2, 3, 4, 5, 6}**
3. Сгенерировать все разбиения множества **{1, 7, 9, 10, 12}** на подмножества.

Вариант 4

1. Сгенерировать все перестановки множества **{A, D, C, M}**
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 8 из множества **{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}**
3. Сгенерировать все разбиения множества **{1, 3, 9, 15, 16}** на подмножества.

Вариант 5

1. Сгенерировать все перестановки множества **{L, M, K, T}**
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 5 из множества **{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}**
3. Сгенерировать все разбиения множества **{4, 5, 10, 12, 17}** на подмножества.

Вариант 6

1. Сгенерировать все перестановки множества **{8, 9, 15, 16}**
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 8 из множества **{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}**
3. Сгенерировать все разбиения множества **{5, 15, 20, 30, 40}** на подмножества.

Вариант 7

1. Сгенерировать все перестановки множества **{l, m, t, r}**
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 4 из множества **{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}**
3. Сгенерировать все разбиения множества **{17, 20, 21, 22, 23}** на подмножества.

Вариант 8

1. Сгенерировать все перестановки множества **{5, 7, 10, 14}**
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 6 из множества **{3, 4, 5, 6, 7, 8, 8, 9}**
3. Сгенерировать все разбиения множества **{2, 4, 9, 10, 43}** на подмножества.

Вариант 9

1. Сгенерировать все перестановки множества **{1, 2, 10, 100}**
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 4 из множества **{1, 2, 3, 4, 5, 6}**
3. Сгенерировать все разбиения множества **{0, 1, 5, 9, 12}** на подмножества.

Вариант 10

1. Сгенерировать все перестановки множества  $\{0, 7, 17, 20\}$
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 7 из множества  $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11\}$
3. Сгенерировать все разбиения множества  $\{21, 1, 5, 9, 10\}$  на подмножества.

Вариант 11

1. Сгенерировать все перестановки множества  $\{k, r, t, x\}$
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 5 из множества  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
3. Сгенерировать все разбиения множества  $\{4, 14, 19, 20\}$  на подмножества.

Вариант 12

1. Сгенерировать все перестановки множества  $\{x, e, t, s\}$
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 8 из множества  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
3. Сгенерировать все разбиения множества  $\{11, 14, 19, 20, 21\}$  на подмножества.

Вариант 13

1. Сгенерировать все перестановки множества  $\{h, r, c, x\}$
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 5 из множества  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
3. Сгенерировать все разбиения множества  $\{11, 41, 90, 111, 120\}$  на подмножества.

Вариант 14

1. Сгенерировать все перестановки множества  $\{d, y, t, z\}$
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 6 из множества  $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
3. Сгенерировать все разбиения множества  $\{1, 4, 9, 10\}$  на подмножества.

Вариант 15

1. Сгенерировать все перестановки множества  $\{5, 6, 7, 9\}$
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 6 из множества  $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
3. Сгенерировать все разбиения множества  $\{10, 40, 90, 95, 100\}$  на подмножества.

Вариант 16

1. Сгенерировать все перестановки множества  $\{3, 8, 9, 10\}$
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 6 из множества  $\{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$
3. Сгенерировать все разбиения множества  $\{1, 4, 9, 10, 16\}$  на подмножества.

Вариант 17

1. Сгенерировать все перестановки множества  $\{j, i, n, m\}$



2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 6 из множества  $\{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$
3. Сгенерировать все разбиения множества  $\{4, 9, 10, 11, 12\}$  на подмножества.

Вариант 18

1. Сгенерировать все перестановки множества  $\{4, 5, 7, 10\}$
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 5 из множества  $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
3. Сгенерировать все разбиения множества  $\{2, 3, 9, 10, 12\}$  на подмножества.

Вариант 19

1. Сгенерировать все перестановки множества  $\{k, l, u, r\}$
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 6 из множества  $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
3. Сгенерировать все разбиения множества  $\{5, 6, 9, 10, 12\}$  на подмножества.

Вариант 20

1. Сгенерировать все перестановки множества  $\{9, 10, 11, 12\}$
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 6 из множества  $\{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$
3. Сгенерировать все разбиения множества  $\{10, 40, 90, 95, 100\}$  на подмножества.

Вариант 21

1. Сгенерировать все перестановки множества  $\{w, r, k, p\}$
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 5 из множества  $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
3. Сгенерировать все разбиения множества  $\{8, 14, 19, 20, 21\}$  на подмножества.

Вариант 22

1. Сгенерировать все перестановки множества  $\{r, v, l, p\}$
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 5 из множества  $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$
3. Сгенерировать все разбиения множества  $\{6, 7, 9, 10, 15\}$  на подмножества.

Вариант 23

1. Сгенерировать все перестановки множества  $\{u, q, f, g\}$
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 7 из множества  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
3. Сгенерировать все разбиения множества  $\{10, 15, 19, 20, 32\}$  на подмножества.

Вариант 24

1. Сгенерировать все перестановки множества  $\{t, h, j, l\}$
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 6 из множества  $\{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

3. Сгенерировать все разбиения множества  $\{10, 12, 13, 14, 15\}$  на подмножества.

Вариант 25

1. Сгенерировать все перестановки множества  $\{r, u, e, b\}$
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 5 из множества  $\{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
3. Сгенерировать все разбиения множества  $\{10, 15, 20, 25, 30\}$  на подмножества.

Вариант 26

1. Сгенерировать все перестановки множества  $\{r, h, g, e\}$
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 6 из множества  $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
3. Сгенерировать все разбиения множества  $\{1, 4, 9, 10, 25\}$  на подмножества.

### Контрольно-измерительный материал № 4

1. Построить код Шеннона-Фано и вычислить его эффективность для источника с вероятностями букв  $1/4; 1/4; 1/8; 1/8; 1/16; 1/16; 1/16; 1/16$ .
2. Вычислить энтропию однородного марковского источника, если задана матрица переходных

вероятностей:  $p_{ij} = p(u_j | u_i) = \begin{pmatrix} 1/4 & 1/4 & 1/2 \\ 1/4 & 1/2 & 1/4 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$ .

1. Построить код Хаффмана и вычислить его эффективность для источника с вероятностями букв  $7/16; 5/16; 3/16; 1/16$ .
2. Построить блочный код Шеннона-Фано с блоками длиной 3 и вычислить его эффективность для однородного

марковского источника с матрицей переходных вероятностей  $p_{ij} = p(u_j | u_i) = \begin{pmatrix} 1/3 & 2/3 \\ 3/4 & 1/4 \end{pmatrix}$ .

1. Построить блочный код Хаффмана с блоками длиной 3 и вычислить его эффективность для источника с вероятностями букв  $8/9; 1/9$ .
2. Найти пропускную способность канала связи. Число сигналов в единицу времени равно  $N = 10$ . Помехи

определяются матрицей условных вероятностей  $\begin{pmatrix} 0,5 & 0,3 & 0,2 \\ 0,2 & 0,3 & 0,5 \end{pmatrix}$ .

1. Задано десятичное число 13. Закодировать соответствующее двоичное число кодом Хэмминга (7, 4).
2. Найти пропускную способность канала связи. Число сигналов в единицу времени равно  $N = 10$ . Помехи

определяются матрицей условных вероятностей  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1/3 & 2/3 \end{pmatrix}$ .

1. Декодировать полученное сообщение 11011101. При кодировании использовался (7, 4) код Хэмминга с проверкой четности.

2. Имеются две урны, содержащие по 20 шаров. В первой урне 10 белых, 5 черных и 5 красных шаров, во второй 8 белых, 8 черных и 4 красных шара. Из каждой урны вытаскивают по одному шару. Исход какого опыта более определен?

### Контрольно-измерительный материал № 5

1. Граф  $G$  задан списком ребер (каждый элемент списка – это тройка чисел: номера двух смежных вершин и вес ребра их соединяющего): (1,3,6), (1,7,8), (2,6,5), (2,8,4), (3,5,3), (3,6,9), (3,7,4), (4,7,5), (4,8,2), (5,6,1), (5,7,3), (5,8,8), (6,7,4), (7,8,1). Требуется
  - 1) Нарисовать граф  $G$ ;
  - 2) Найти степенную последовательность графа  $G$ . Укажите четные и нечетные вершины;
  - 3) Найти матрицу смежности графа  $G$ ;
  - 4) Определить минимальное число ребер, которые надо убрать, чтобы граф распался на две компоненты связности;
  - 5) Найти в графе одну простую цепь наибольшей длины;
  - 6) Постройте дополнение заданного графа;
  - 7) Найти минимальный остов графа и его вес.
  
1. Граф  $G$  задан списком ребер (каждый элемент списка – это тройка чисел: номера двух смежных вершин и вес ребра их соединяющего): (1,2,3), (1,3,7), (1,6,8), (2,6,4), (2,8,1), (3,4,5), (3,6,9), (3,7,2), (4,8,1), (5,6,4), (5,7,1). Требуется
  - 1) Нарисовать граф  $G$ ;
  - 2) Найти степенную последовательность графа  $G$ . Укажите четные и нечетные вершины;
  - 3) Обозначить ребра и найти матрицу инцидентности графа;
  - 4) Определить минимальное число ребер, которые надо убрать, чтобы граф распался на две компоненты связности;
  - 5) Найти в графе одну простую цепь наибольшей длины;
  - 6) Постройте дополнение заданного графа;
  - 7) Найти минимальный остов графа и его вес.
  
1. Граф  $G$  задан списком ребер (каждый элемент списка – это тройка чисел: номера двух смежных вершин и вес ребра их соединяющего). Требуется
  - 1) Нарисовать граф  $G$ ;
  - 2) Найти степенную последовательность графа  $G$ . Укажите четные и нечетные вершины;
  - 3) Найти матрицу смежности графа  $G$ ;
  - 4) Определить минимальное число ребер, которые надо убрать, чтобы граф распался на две компоненты связности;
  - 5) Найти в графе одну простую цепь наибольшей длины;
  - 6) Постройте дополнение заданного графа;
  - 7) Найти минимальный остов графа и его вес.
  
1. Граф  $G$  задан списком ребер (каждый элемент списка – это тройка чисел: номера двух смежных вершин и вес ребра их соединяющего): (1,4,8), (1,5,4), (1,6,6), (1,8,3), (2,3,1), (2,6,5), (3,8,7), (4,5,9), (4,7,2), (6,7,5), (7,8,1). Требуется
  - 1) Нарисовать граф  $G$ ;
  - 2) Найти степенную последовательность графа  $G$ . Укажите четные и нечетные вершины;
  - 3) Обозначить ребра и найти матрицу инцидентности графа;
  - 4) Определить минимальное число ребер, которые надо убрать, чтобы граф распался на две компоненты связности;
  - 5) Найти в графе одну простую цепь наибольшей длины;
  - 6) Постройте дополнение заданного графа;
  - 7) Найти минимальный остов графа и его вес.
  
1. Граф  $G$  задан списком ребер (каждый элемент списка – это тройка чисел: номера двух смежных вершин и вес ребра их соединяющего): (1,2,8), (1,4,7), (1,6,5), (2,3,4), (2,4,2), (3,8,6), (4,5,1), (4,6,7), (4,7,2), (4,8,4), (5,6,6), (6,8,1), (7,8,2). Требуется
  - 1) Нарисовать граф  $G$ ;
  - 2) Найти степенную последовательность графа  $G$ . Укажите четные и нечетные вершины;

- 3) Найти матрицу смежности графа  $G$ ;
  - 4) Определить минимальное число ребер, которые надо убрать, чтобы граф распался на две компоненты связности;
  - 5) Найти в графе одну простую цепь наибольшей длины;
  - 6) Постройте дополнение заданного графа;
  - 7) Найти минимальный остов графа и его вес.
1. Граф  $G$  задан списком ребер (каждый элемент списка – это тройка чисел: номера двух смежных вершин и вес ребра их соединяющего): (1,2,3), (1,3,5), (1,6,7), (1,8,9), (2,7,6), (3,4,1), (3,6,2), (3,8,7), (4,5,4), (5,6,3), (6,8,1), (7,8,9). Требуется
- 1) Нарисовать граф  $G$ ;
  - 2) Найти степенную последовательность графа  $G$ . Укажите четные и нечетные вершины;
  - 3) Найти матрицу смежности графа  $G$ ;
  - 4) Определить минимальное число ребер, которые надо убрать, чтобы граф распался на две компоненты связности;
  - 5) Найти в графе одну простую цепь наибольшей длины;
  - 6) Постройте дополнение заданного графа;
  - 7) Найти минимальный остов графа и его вес.

### Контрольно-измерительный материал № 6

- 1). Даны булевы функции  $f_1 = y \oplus (\bar{y} \rightarrow (z \vee x))$ ,  $f_2 = xy \vee z$ ,  $f_3 = (x \vee z) \rightarrow \bar{x}\bar{y}$ .
  - а). Для  $f_1$  построить СДНФ, СКНФ, ПЖ двумя способами (с помощью таблицы истинности и с помощью равносильных преобразований).
  - б). Определить, каким классам булевых функций принадлежит  $f_1$  и каким не принадлежит (ответы обосновать).
  - в). Проверить, является ли полной система функций  $F = \{f_1, f_2, f_3\}$ . Если да, то найти ее базис.
- 2). На  $R^2$  задан предикат  $P(x, y) = (y \leq x^2) \wedge (x \leq y^2)$ .
  - а). Изобразить на декартовой плоскости область истинности предиката.
  - б). Рассмотреть предикаты  $\forall x P(x, y)$ ,  $\forall y P(x, y)$ ,  $\exists x P(x, y)$ ,  $\exists y P(x, y)$ .
    - определить, от каких переменных они зависят;
    - вычислить значения этих предикатов для 2-3 различных значений переменных;
    - к каким типам предикатов их можно отнести (тождественно истинные, тождественно ложные, выполнимые)?
  - в). Вычислить значения  $\forall x \exists y P(x, y)$ ,  $\forall y \exists x P(x, y)$ ,  $\exists x \forall y P(x, y)$ ,  $\exists y \forall x P(x, y)$ ,  $\forall x \forall y P(x, y)$ . Ответы объяснить.

### Контрольно-измерительный материал № 7

1. Дать определение примитивно-рекурсивной функции. Доказать, что функция  $f(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2 + 2$  является примитивно-рекурсивной.
2. Построить машину Тьюринга, реализующую алгоритм вычисления функции  $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2 + 4$ .

## 20.2 Промежуточная аттестация

### Вопросы к экзамену 1

1. Определение множества.

2. Основные операции над множествами.
3. Основные законы для операций над множествами. Примеры доказательства основных законов для операций над множествами.
4. Определение прямого произведения множеств. Примеры построения прямого произведения.
5. Определение бинарного отношения. Область определения и область значений бинарного отношения.
6. Обратное бинарное отношение, композиция бинарных отношений.
7. Бинарное отношение эквивалентности.
8. Классы эквивалентности.
9. Фактор-множество для отношения эквивалентности.
10. Бинарное отношение частичного порядка. Частично-упорядоченное множество. Бинарное отношение строгого и нестрогого порядка. Бинарное отношение линейного порядка.
11. Минимальный и максимальный элемент для отношения частичного порядка.
12. Верхняя и нижняя грань для подмножества частично упорядоченного множества.
13. Правило суммы и правило произведения в комбинаторике.
14. Количество упорядоченных выборок (размещений) с повторениями.
15. Количество упорядоченных выборок (размещений) без повторений.
16. Количество неупорядоченных выборок (сочетаний) без повторений.
17. Количество неупорядоченных выборок (сочетаний) с повторениями.
18. Количество перестановок без повторений.
19. Количество перестановок с повторениями.
20. Количество разбиений множества на группы.
21. Формула включений и исключений.
22. Алгоритм генерации всех перестановок без повторений.
23. Алгоритм генерации всех подмножеств некоторого множества.
24. Алгоритм генерации всех сочетаний без повторений.
25. Алгоритм генерации всех разбиений множества на подмножества.
26. Основные определения теории графов.
27. Разные способы задания графа.
28. Понятие подграфа.
29. Основные типы графов.
30. Понятие компоненты сильной связности.
31. Понятие матрицы взаимной достижимости.
32. Понятие базы и антибазы графа.
33. Понятие графа конденсации.
34. Алгоритм нахождения базы и антибазы графа.
35. Примеры прикладных задач, сводящихся к нахождению базы и антибазы графа.
36. Определение числа независимости графа. Примеры прикладных задач, сводящихся к нахождению числа независимости графа.
37. Определение числа доминирования графа. Примеры прикладных задач, сводящихся к нахождению числа доминирования графа.
38. Определение хроматического числа графа. Примеры прикладных задач, сводящихся к нахождению хроматического числа графа.
39. Эвристический алгоритм раскраски графа.
40. Алгоритм нахождения кратчайшего пути между заданными вершинами графа.
41. Алгоритм нахождения максимального потока от источника к стоку.
42. Понятие абсолютного внешнего и внутреннего центра графа.
43. Алгоритм нахождения абсолютного центра в графе.
44. Кодирование информации. Схема кодирования и декодирования.
45. Коды с проверкой четности.
46. Коды с тройным повторением.
47. Матричное кодирование.

1. Высказывания.
2. Формулы логики высказываний.
3. Формализованное представление рассуждений в логике высказываний.
4. Проверка рассуждений на логическую правильность.
5. Основные законы логики высказываний.
6. Понятие булевых функций.
7. Основные булевы функции от двух переменных.
8. СДНФ и СКНФ. ДНФ, минимальные ДНФ.
9. Понятие формулы над системой булевых функций.
10. Понятие замыкания системы булевых функций, основные замкнутые классы булевых функций.
11. Полнота системы булевых функций.
12. Теорема Поста.
13. Предикаты.
14. Операции логики предикатов.
15. Кванторы общности и кванторы существования.
16. Формализованное представление рассуждений на языке предикатов.
17. Запись математических утверждений на языке предикатов.
18. Основные подходы к определению алгоритмов.
19. Частично-рекурсивные функции.
20. Машина Тьюринга.
21. Вычисления и алгоритмическая неразрешимость.
22. Сложность алгоритмов.

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Тест.

---

Для проведения 1-й промежуточной аттестации используется следующий контрольно-измерительный материал:

Контрольно-измерительный материал № 1

1. Дайте определение прямого произведения трех множеств  $A_1 \times A_2 \times A_3$ . Пусть три множества  $A_1 = \{x \in R : x \leq 4\}$  и  $A_2 = \{x \in R : 1 \leq x \leq 6\}$ ,  $A_3 = \{x \in R : 1 \leq x \leq 5\}$  изобразите в пространстве множество  $\overline{A_1} \times A_2 \times A_3$  (1 балл)
2. Дайте определение: бинарного отношения на множестве  $A$ , суперпозиции бинарных отношений  $\rho, \varphi$  на множестве  $A$ . Приведите пример двух различных бинарных отношений  $\rho, \varphi$  на множестве натуральных чисел  $N$ , для которых:  $\rho \circ \varphi = \left\{ (x, y) : y = \frac{1}{2}x^2 \right\}$ . (1 балл)
3. Пусть дано отношение эквивалентности  $\rho$  на множестве  $A$ . Докажите, что если пара  $(x, y) \in \rho$ , то элементы  $x$  и  $y$  порождают одинаковые классы эквивалентности. (1 балл)
4. Дайте определение: бинарного отношения частичного порядка, бинарного отношения линейного порядка, частично-упорядоченного множества, верхних и нижних границ частично-упорядоченного множества. Приведите примеры всех этих понятий на множестве из конечного числа элементов. (1 балл).

5. Предположим, что есть множество, состоящее из  $N$  предметов, которые могут обладать всеми или некоторыми из свойств  $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5$ , считается известным количество предметов, обладающих всевозможными сочетаниями свойств. Выпишите в общем виде формулу для количества предметов  $A(T_1, \overline{T_2}, T_3, \overline{T_4}, T_5)$ , обладающих свойствами  $T_1, T_3, T_5$  и не обладающих свойствами  $T_2, T_4$ . (1 балл)
6. Приведите пример комбинаторной задачи, в которой используется формула сочетаний (неупорядоченных выборок) с повторениями. (1 балл)
7. Докажите формулу для числа размещений с повторениями и числа сочетаний без повторений (2 балла).
8. Сформулируйте алгоритм генерации всех подмножеств некоторого конечного множества. Приведите пример работы алгоритма (2 балла)
9. Дайте определение матрицы взаимной достижимости графа. Проясните построение матрицы на небольшом примере. (1 балл).
10. Приведите примеры прикладных задач на графах, которые сводились бы к нахождению числа независимости  $\alpha(G)$ , числа доминирования  $\beta(G)$  и хроматического числа графа  $\chi(G)$ . (1 балл)
11. Дайте определение внутреннего и внешнего центра графа. Приведите примеры данных понятий. (1 балл).
12. Проясните кодирование с помощью кода Хемминга для случая  $r = 4$  (2 балла)

Для проведения 2-й промежуточной аттестации используется следующий контрольно-измерительный материал:

#### Контрольно-измерительный материал № 2

1. Дайте определение высказывания. Привести примеры. (1 балл)
2. Сформулировать три закона логики высказываний, один из них доказать. (1 балл).
3. Привести пример логически-правильного рассуждения. Ответ обосновать. (1 балл)
4. Перечислить все булевы функции двух переменных. (1 балл)
5. Дать определение двойственной булевой функции. Привести пример построения двойственной к некоторой булевой функции. (1 балл)
6. Дать определение СДНФ и СКНФ для булевых функций. Привести примеры. (1 балл)
7. Дать определение замкнутого класса булевых функций. Привести примеры. (1 балл)
8. Дать определение полной системы булевых функций. Сформулировать теорему Поста. (1 балл)
9. Привести пример проверки системы булевых функций на полноту. (2 балла)
10. Дать определение предиката, множества истинности и ложности для предиката. Привести примеры этих понятий. (1 балл)
11. Привести пример трехместного предиката. Навесить квантор по одной из переменных и проинтерпретировать результат. (1 балл)
12. Сформулировать равносильности в логике предикатов, связанные с использованием кванторов (не менее 4-х). (1 балл).
13. Привести пример записи математических фактов на языке предикатов и построить

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания	Шкала оценок
---------------------	--------------

Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), сдал все практические работы, среднее количество правильных ответов на вопросы тестов превышает 80%.	Отлично
Обучающийся владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), но не сдал одну практическую работу, среднее количество правильных ответов на вопросы тестов находится в диапазоне 70-80%.	Хорошо
Обучающийся демонстрирует неуверенное владение понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), не сдал две практические работы, среднее количество правильных ответов на вопросы тестов находится в диапазоне 60-70%.	Удовлетворительно
Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки, не сдал более двух практических работ, среднее количество правильных ответов на вопросы тестов менее 70%.	Неудовлетворительно

### 20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

**ОПК-3** Способен на основании совокупности математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности

#### Вопросы с вариантами ответов

1. Установите соответствие между свойствами бинарных отношений и их типами:
1. рефлексивность, симметричность, транзитивность
  2. рефлексивность, антисимметричность, транзитивность
  3. антирефлексивность, асимметричность, транзитивность

Ответы:

1. Отношение эквивалентности
2. Отношение частичного (нестромого) порядка
3. Отношение строгого порядка

Ответ: 1-1, 2-2, 3-3

2. На множестве  $X = \{1, 2, 3\}$  заданы бинарные отношения:

$$R_1 = \{(1,1), (2,2), (3,3), (1,2)\}, R_2 = \{(1,1), (3,3), (1,2), (2,1)\}, R_3 = \{(1,3), (3,2), (1,2)\}.$$



Какое из этих отношений является рефлексивным? Выберите правильный вариант ответа:

а) отношение  $R_1$

б) отношение  $R_2$

в) отношение  $R_3$

Ответ: а)

3. На множестве  $X = \{1, 2, 3\}$  заданы бинарные отношения:

$$R_1 = \{(1,1), (2,2), (3,3), (1,2)\}, R_2 = \{(1,1), (3,3), (1,2), (2,1)\}, R_3 = \{(1,3), (3,2), (1,2)\}.$$

Какое из этих отношений является симметричным? Выберите правильный вариант ответа:

а) отношение  $R_1$

б) отношение  $R_2$

в) отношение  $R_3$

Ответ: б)

4. Дана формула алгебры логики  $U = (\bar{x} \wedge \bar{z}) \vee (x \wedge y) \vee (x \wedge \bar{z})$ . Определите, какой из формул алгебры логики она равносильна. Выберите правильный ответ.

а)  $x \wedge y \wedge z$

б)  $z \rightarrow (x \wedge y)$

в)  $x \vee y \vee z$

5. Дана функции алгебры логики  $f(x, y, z) = (x \rightarrow y) \wedge z$  найдите ее совершенную дизъюнктивную нормальную форму (СДНФ). Выберите правильный ответ.

а)  $(\bar{x} \wedge \bar{y} \wedge z) \vee (\bar{x} \wedge y \wedge z) \vee (x \wedge y \wedge z)$

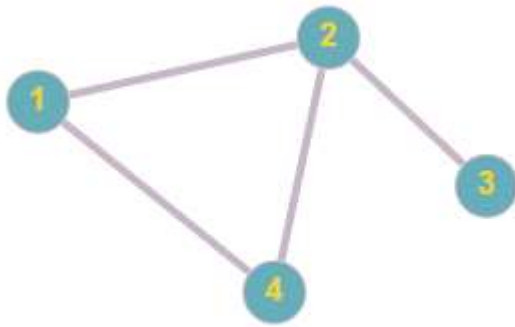
б)  $z \rightarrow (x \wedge y)$

в)  $(x \wedge y \wedge z) \vee (\bar{x} \wedge \bar{y} \wedge \bar{z})$

Ответ: а)

### Вопросы с кратким текстовым ответом

6. Определите, какая вершина неориентированного графа, изображенного на рисунке, является *центральной*. В ответе укажите номер вершины.



**A. 2**

7. В НИИ работают 67 человек. Из них 47 человек знают английский язык, 35 – немецкий и 23 – оба языка. Сколько человек в институте не знает ни английского, ни немецкого языка?

**A. 8**

8. Сколько в десятичной системе счисления существует двузначных чисел, не содержащих цифру 8?

**A. 72**

9. Определите, сколько перестановок можно составить из букв слова «перешеек».

**A. 1680**

10. Сколькими способами можно поставить в ряд 6 человек для фотоснимка?

**A. 720**

#### **Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:**

Для оценивания выполнения заданий используется балльная шкала:

1) закрытые задания (тестовые с вариантами ответов, средний уровень сложности):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ (полностью или частично неверный).

2) открытые задания (тестовые с кратким текстовым ответом, повышенный уровень сложности):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ (полностью или частично неверный).

**Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).**